

از کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال (توماس)

① مقادیر زیر را تعیین کنید

$$\cos^2(\frac{\pi}{8}), \cos^2(\frac{5\pi}{12}), \sin^2(\frac{\pi}{12}), \sin^2(\frac{3\pi}{8}), \sin(\frac{7\pi}{12}), \cos(\frac{\pi}{12})$$

$$\cos(\frac{11\pi}{12}), \sin(\frac{5\pi}{12})$$

② مقادیر زیر را حسب α حل کنید

$$\sin^2(\alpha) = 3/4, \sin^2(\alpha) = \cos^2(\alpha), \sin(2\alpha) - \cos(\alpha) = 0$$

$$\cos(2\alpha) + \cos(\alpha) = 0$$

③ دوره تناوب توابع زیر را تعیین کنید

$$y = \sin(2x), y = \cos(\frac{\pi}{2}x), y = \sin(x - \frac{\pi}{4})$$

④ توابع زیر را از نظر زوج یا فرد بودن بررسی کنید

$$y = 1 + x^2, y = \sec(x) \tan(x), y = \frac{x^4 + 1}{x^3 + x^5}, y = x + \cos(x)$$

$$y = x \cos(x)$$

⑤ دامنه دربردار توابع زیر را مشخص کنید

$$y = -2 + \sqrt{1-x}, y = \sqrt{16-x^2}, y = \frac{2-x}{3} + 1, y = \sqrt[5]{x^2}$$

$$y = \ln(x-3) + 1, y = \sqrt[3]{2-x} - 1, y = \tan(2x - \pi)$$

$$y = \begin{cases} -x-2 & -2 \leq x \leq -1 \\ x & -1 < x < 1 \\ 2-x & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

⑥ ضابطه و نمودار تابع $y = f \circ f(x)$ را تعیین و رسم کنید هر 6

$$f(x) = \begin{cases} -x-2 & -4 \leq x \leq -1 \\ -1 & -1 < x \leq 1 \\ x-2 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

⑦ مکتب نمودار $y = \cos(x)$ و $y = \sin(x)$ نمودار توابع زیر را رسم کنید

$$y = 2 \cos(x - \pi/3), y = 1 + \sin(x + \pi/4), y = \cos(\pi/2 x)$$

⑧ نمودار تابع $|x| + |y| = x + y$ را رسم کنید

⑨ حد ها را زیر اد، صورت، وجود تعیین کنید.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{1 + \sqrt{3n+1}}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n+4} - 2}{n}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n-1} + \frac{1}{n+1}}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 8n^2}{3n^4 - 16n^2}, \lim_{n \rightarrow 2} \frac{n^3 - 8}{n^4 - 16}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos(n)}{n \sin(n)}, \lim_{n \rightarrow 3} \frac{n^2 - 9}{\sqrt{n^2 + 7} - 4}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(1 - \cos(n))}{n}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2}{3 - 3\cos(n)}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{1+n} - 1}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n)}{\sin(\sqrt{n})}, \lim_{n \rightarrow -2} \frac{(n+3)|n+2|}{n+2}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \csc(2n)}{\csc(5n)}$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \frac{\sin(3y) \cot(5y)}{y \cot(4y)}, \lim_{n \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{n + \tan(n)}{\tan(n) - 2\sec(n)}\right)$$

⑩ تعیین کنید توابع زیر در چه نقاط از $\mathbb{R}$ پیوسته اند.

$$y = \frac{n+1}{n^2 - 4n + 3}, y = \frac{1}{1 + |n|} - \frac{n^2}{2}, y = \begin{cases} \frac{n^2 - n - 6}{n - 3} & n \neq 3 \\ 5 & n = 3 \end{cases}$$

⑪ تعیین کنید بازه ها چه مقادیر a ، b و c را در $\mathbb{R}$ پیوسته است.

$$f(n) = \begin{cases} -2 & n \leq -1 \\ an - b & -1 < n < 1 \\ 3 & n \geq 1 \end{cases}$$

⑫ توابع پیوسته را از توابع زیر بنویسید.

$$y = \frac{\sin(n)}{|n|}, y = (1 + 2n)^{1/n}$$

⑬ پاسخ حد ها را زیر اد، صورت، وجود تعیین کنید.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{-1} - n^{-4}}{n^2 - n^3}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+n^2}}{1+n}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt[3]{n}}, \lim_{n \rightarrow (\pi/2)^+} \sec(n)$$

$$\lim_{n \rightarrow -\pi/2} \sec(n), \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n + 2}{n^3 - 4n}, \lim_{n \rightarrow 2} \frac{n^2 - 3n + 2}{n^3 - 4n}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin(n)}{2 - 2\cos(n)}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos(n)}{n^2}, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\tan(\tan(n))}{\tan(n)}, \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{9n^2 - n} - 3n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 25} - \sqrt{n^2 - 1}$$

۱۴) منابع جانبی ها را بنویسید و جواب را تعیین کنید.

$$y = \frac{n^3 + 1}{n^2}, y = \sqrt{\frac{n^2 + 9}{n^2 + 1}}, y = \frac{\sqrt{n} + 4}{\sqrt{n} + 4}, y = \frac{\sqrt{n^2 + 4}}{n}$$

$$y = \sqrt{n^2 + 2n}, y = n + n \sin\left(\frac{1}{n}\right)$$

۱۵) معادله ها را بنویسید و جواب را در نقاط داده شده تعیین کنید.

$$f(n) = n + \frac{9}{n} \quad : \quad \text{در نقطه } n = 3$$

$$f(n) = \frac{n+3}{1-n} \quad : \quad \text{در نقطه } n = -2$$

۱۶) مشتق توابع زیر را حساب کنید.

$$y = 2\left(\frac{1}{\sqrt{n}} + \sqrt{n}\right), y = \sin(n) + \cos(n) \times \sec(n), y = \sin \frac{n}{\sqrt{1+n}}$$

$$y = \frac{\cos(n)}{n} + \frac{n}{\cos(n)}, y = (2-n) \tan^2(n), y = \cos^4(\sec^2(3n))$$

$$y = 3n(2n^2 - 5)^4, y = \sqrt{3n^2 - 4n + 6}$$

۱۷) به کمک فرمول مشتق $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{n^5 - 1}{n - 1}$ را تعیین کنید.

۱۸) مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که تابع f در $n=1$ اعداد حقیقی مشتق پذیر باشد.

$$f(n) = \begin{cases} an + b & n > -1 \\ bn^2 - 3 & n \leq -1 \end{cases}$$

۱۹) مشتق بگیرید.

$$y \sin\left(\frac{1}{y}\right) - 1 = ny, n^3 = \frac{2n-y}{n+3y}, y^2 = \frac{n-1}{n+1}, \tan(ny) = -n$$

۲۰) معادله ها را بنویسید و جواب را در نقاط داده شده تعیین کنید.

$$n^2 - \sqrt{3}ny = 5 - 2y^2 \quad : \quad (\sqrt{3}, 2)$$

$$y = 2 \sin(\pi n - y) \quad : \quad (1, 0)$$

۲۱) معادله ها را بنویسید و جواب را در نقاط داده شده تعیین کنید.

$$y = \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{2+n}\right)^2}, y = \frac{1}{\sqrt{1+n}}, y = (1-n)^6$$

(۲۱) نقاط بحرانی نمودار توابع زیر را تعیین کرده و محبتن در اکسترموم باشند
آنها تحقیق کنید.

$$y = \sqrt{2n-n^2}, \quad y = n(4-n)^3, \quad y = n^2\sqrt{3-n}$$

$$y = \begin{cases} -n^2 + 4 - 2n & n \leq 1 \\ -n^2 + 6n - 4 & n > 1 \end{cases}$$

(۲۲) نمودار توابع زیر را طوری رسم کنید

$$y = \frac{n^2-4}{n^2-2}, \quad y = \frac{n}{n^2-1}, \quad y = \frac{n^2-n+1}{n-1}, \quad y = n\sqrt{3-n}$$

$$y = \sqrt[3]{n}(n-4), \quad y = n - 3\sqrt[3]{n^2}, \quad y = \sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{n-1}$$

(۲۳) نقطه مرز به مقینه مقدار مایکس را در توابع زیر (برای بازه‌های داده شده) تعیین کنید.

$$y = n^3 - n^2 \quad \text{بازه } [-1, 2]$$

$$y = \begin{cases} n^3 & -2 \leq n \leq 0 \\ n^2 & 0 < n \leq 2 \end{cases}$$

(۲۴) معادلات و نامعادلات زیر را حل کنید.

$$|5 - \frac{2}{n}| < 1, \quad |\frac{n+1}{2}| > 1, \quad (n-1)^2 \leq 4, \quad z^3 = -8i$$

$$(3+4i)^2 - 2(n-iy) = n+iy, \quad n^4 + 4n^2 + 16 = 0$$

(در دستگاه اعداد مختلط)

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 + \frac{1}{n-iy} = 1+i \quad (n, y \text{ عدد حقیقی اند})$$

(۲۵) نامعدهای زیر را رسم کنید.

$$n^2 + 6n + y^2 < 0, \quad y > -3$$

$$y = -n^2 - 6n - 5$$

$$|z+i| = |z-1|$$

$$|z+1| \geq |z|$$